

文章编号: 1000-4750(2015)12-0033-07

复杂多孔介质多重介质模型的表征单元体

邸元¹, 康志江², 代亚非¹, WU Yu-Shu³

(1. 北京大学工学院, 北京 100871; 2. 中国石油化工股份有限公司石油勘探开发研究院, 北京 100083;

3. 科罗拉多矿业大学石油工程系, 美国 CO 80401)

摘 要: 裂缝性岩体及缝洞型碳酸盐岩储层属于复杂多孔介质, 岩体内部空隙为从纳米或微米级的微孔隙到数十厘米以上的大裂缝和溶蚀孔洞, 空隙尺度跨越的范围很大。对于很多实际问题, 由于单重介质模型计算不准确, 且又不可能对复杂空隙空间结构在微观水平上进行精确描述, 因此只能应用多重连续介质方法研究复杂多孔介质中的输运问题。该文给出了多重介质模型表征单元体的定义。在所研究问题的尺度范围内, 这一多重介质模型表征单元体存在, 复杂多孔介质的多重连续介质理论才能够成立。还以孔隙度和渗透率作为相关状态变量进行分析, 研究了单重介质模型表征单元体和多重介质模型表征单元体间的联系, 给出了复杂多孔介质多重介质模型的建立方法。

关键词: 多孔介质; 三重介质模型; 多重介质模型; 表征单元体; 连续介质方法; 缝洞型油藏

中图分类号: TU452; TE312 **文献标志码:** A **doi:** 10.6052/j.issn.1000-4750.2014.05.0429

REPRESENTATIVE ELEMENTARY VOLUME OF THE MULTIPLE-CONTINUUM MODEL FOR COMPLEX POROUS MEDIA

DI Yuan¹, KANG Zhi-jiang², DAI Ya-fei¹, WU Yu-Shu³

(1. College of Engineering, Peking University, Beijing 100871, China; 2. Exploration & Production Research Institute, SINOPEC, Beijing 100083, China;

3. Department of Petroleum Engineering, Colorado School of Mines, CO 80401 USA)

Abstract: Fractured rocks and naturally fractured vuggy Carbonate reservoirs are classified as complex porous media, characterized by complex pore systems, the size of which can range from nanometers or micrometers of micropores to tens of centimeters for large fractures and solution vugs. Due to the poor approximation in single-continuum model and the inability to describe the complex geometry of the surface bounding the void spaces at the microscopic level, multiple-continuum approach has to be adopted for transport phenomena analysis for most practical problems. The concept of representative elementary volume for multiple-continuum model is quantified. Multiple-continuum approach can be adopted for the complex porous media only if a representative elementary volume of multiple-continuum model can be defined in the field-scale domain. Porosity and permeability are selected as relevant state variables for the demonstration. The relationship between the representative elementary volume of multiple-continuum model and that of single-continuum model is investigated. A method to establish multiple-continuum model for the complex porous media is also presented.

Key words: porous media; triple-continuum model; multiple-continuum model; representative elementary volume; continuum approach; naturally fractured vuggy reservoirs

收稿日期: 2014-05-21; 修改日期: 2015-01-21

基金项目: 国家科技重大专项“大型油气田及煤层气开发”项目(2011ZX05014-005); 973计划项目(2011CB201004)

通讯作者: 邸元(1968—), 男, 陕西西安人, 副教授, 博士, 主要从事多孔介质多相渗流数值模拟、岩土力学等方面的研究

(E-mail: diyuan@mech.pku.edu.cn).

作者简介: 康志江(1969—), 男, 辽宁北镇人, 教授级高工, 博士, 主要从事油气田开发方面的研究(E-mail: kangzj@pepris.com);

代亚非(1988—), 男, 河南开封人, 工程师, 硕士, 主要从事数值模拟、计算流体力学方面的研究(E-mail: yfdaicoe@163.com);

WU Yu-Shu(1954—), 男, 黑龙江肇源人, 教授, 博士, 主要从事油藏数值模拟、提高原油采收率等方面的研究(E-mail: ywu@mines.edu).

多孔介质是固相单元(球形、片状、针状等颗粒)的集合体,各固相单元之间的空隙形成孔隙。孔隙内充满流体,是典型的固-流两相介质。在外荷载的作用下,由于固相骨架同孔隙中流相的相互作用,固-流两相介质的力学特性和数学描述完全不同于纯固相介质。由于多孔介质微观尺度上数学形态和固体-流体相互作用的复杂性,对于实际工程中土体和岩石这类地质材料,往往不可能以任何精确的数学方法在微观水平上进行描述,只能在宏观水平上应用连续介质的分析方法。基于达西定律的渗流力学方法和岩石力学中的弹塑性分析方法,都是连续介质理论在多孔介质力学方面的应用。

采用连续介质理论研究多孔介质,即是用一个假想的连续介质替代实际的、遍布空隙(微裂纹、微孔洞、孔隙、裂隙等)的多孔介质;将多孔介质物理参数等状态变量在某一体积元上的平均值作为该假想连续体参数的值。同单个孔隙空间相比,这一体积元的尺寸要足够大(超过某一临界尺寸),以使平均出的物理参数具有代表性;这一临界值即是该参数对应的表征单元体(Representative Elementary Volume, REV)。Bear 等^[1-2]和 Prandtl 等^[3]指出,所研究问题的尺度远大于表征单元体的尺度时,则表征单元体存在,多孔介质的连续介质理论才能够成立。

对于土体来说,砂粒颗粒的粒径一般在 2 mm 以下,粘粒颗粒的粒径在 0.005 mm 以下。因此,在大部分土力学工程问题涉及的尺度范围内,土体的表征单元体通常是存在的,因而连续介质理论的分析方法广为适用。

对于岩体这类复杂多孔介质来说,情况则有很大的不同,裂隙岩体中遍布微裂纹、微孔洞、裂隙和裂缝等,不连续性、非均匀性、非弹性和各向异性的特点十分突出。在渗流力学方面,早期的研究都将岩体假设成为一个连续介质进行研究,即单重介质理论。

1960 年 Barenblatt 等^[4]提出了双孔隙度模型,即假定周期性分布的裂缝将岩石基质块分割开来,形成空间上重叠的两个各向同性的连续体:裂缝系统和基质系统;两个系统之间有流体输运。Warren 和 Root^[5]则对 Barenblatt 的双孔隙度模型做了进一步的发展,除了不再忽略裂缝系统的储积能力外,还假设岩体中发育有均质的、正交的、互相连通的裂隙系统。为了更准确的描述裂缝系统同岩石基质

系统的流体交换,Kazemi^[6]提出了不仅依赖压力还依赖于压力梯度的交换函数。同样基于 Barenblatt 的双孔隙度模型,Hill 和 Thomas^[7]提出了双渗透率模型,不仅考虑基质系统的储积能力,还充分考虑了基质块之间的流体输运。这些研究工作,形成了较为完整的双重介质理论。

基于双重介质概念,很多学者提出了不同的三重介质(多重介质)模型^[8-10]。Pruess 和 Narasimhan^[11]针对裂缝岩石提出了多重相关连续介质模型,Wu 等^[12-13]归纳了的微孔隙、裂缝、溶孔不同组合模式,根据相应的概念模型,提出了适用于碳酸盐岩缝洞型多孔介质的三重介质模型。

由于岩体内空隙从纳米或微米级的微裂缝和微孔隙到尺度数十厘米以上的大裂缝和溶蚀孔洞,空隙尺度跨越的范围很大,因此自 20 世纪 90 年代以来,这类复杂多孔介质的表征单元体的研究越来越引起关注^[14-23]。

周创兵等^[17-19]、陈卫忠等^[20]、Kibok 等^[21]利用离散裂缝网络模型描述裂隙岩体,研究了裂隙岩体等效弹性参数的解析表达式,并提出估算裂隙岩体等效弹性模量 REV 的方法。Wang 等^[22]、Li 等^[23]、Kjetil 等^[24]对三维裂隙网络单相流体流动进行了渗流分析,应用渗流量等效原则、忽略基质和裂隙间的渗流耦合效应,计算了裂隙岩体的等效渗透率张量并估计了渗透率张量 REV 的大小。周创兵等^[25-26]介绍了岩体表征单元体方面的研究进展,归纳、总结并提出了确定岩体 REV 的能量叠加法、地质统计法、数值模拟法 3 种方法。然而,上述这些研究本质上都是基于单重介质概念的,即将复杂多孔介质等效成一个连续体、并试图通过数值、解析或统计的方法研究其表征单元体的存在性和大小。

由于岩体空隙空间的复杂性,三重介质理论能够更好地描述复杂多孔介质中的输运过程。各种多重介质理论从本质上来看,都是将复杂多孔介质中的多相流动问题,等效成为若干个连续介质中的多相流动问题,这若干个连续介质储集能力和渗透能力不同,空间上重叠在一起,它们之间有流体交换。与单重介质模型将复杂多孔介质等效成一个连续体不同的是,三重介质模型中将岩体空隙空间划分成基质系统、裂缝系统和溶蚀孔洞系统,分别等效为在空间上重叠在一起的 3 个连续体(基质介质、裂缝介质和溶蚀孔洞介质),这 3 个连续体上物理参数和力学变量等状态变量等效所涉及的表征单元体

问题, 相关研究在国内外还较少。

本文以孔隙度作为代表性状态变量, 首先研究了单重介质模型表征单元体, 然后引出了多重介质模型表征单元体的概念, 分析了复杂多孔介质的单重介质模型表征单元体和多重介质模型表征单元体间的联系; 最后研究了复杂多孔介质渗透率对应的多重介质模型表征单元体, 从理论上说明了多重介质模型的必要性和建立准则。

1 单重介质模型的表征单元体

单重介质模型, 即是把复杂多孔介质等效为单一连续体, 这个假想连续介质中的任一点上的状态变量是多孔介质中以该点为中心的某一体积内相应状态变量的统计平均(如图 1 所示)。如果这一体积大小的选择使得统计平均得到的状态变量是其中心点空间坐标和时间的连续函数, 则该体积即是相应状态变量的表征单元体。

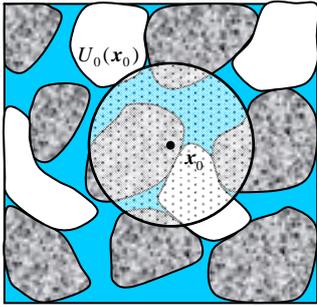


图 1 多孔介质内以任一点为中心的平均体积

Fig.1 Average volume around a point in porous media

Bear 等^[1-2]采用推定极限给出了单重介质表征单元体的定义。设点 \mathbf{x}_0 为复杂多孔介质域 (Ω) 内一点, E 表示该多孔介质的外延量(如空隙空间、流体质量等), $(U(\mathbf{x}_0))$ 表示以点 \mathbf{x}_0 为中心、体积为 $U(\mathbf{x}_0)$ 的多孔介质区域空间, $E(U(\mathbf{x}_0))$ 表示该区域上的外延量。如果存在如下极限:

$$e(\mathbf{x}_0) = \lim_{U(\mathbf{x}_0) \rightarrow U_0(\mathbf{x}_0)} (E(U(\mathbf{x}_0))/U(\mathbf{x}_0)) \quad (1)$$

且对点 \mathbf{x}_0 邻近的任意一点 \mathbf{x}_1 有:

$$e(\mathbf{x}_0) = \lim_{\mathbf{x}_1 \rightarrow \mathbf{x}_0} e(\mathbf{x}_1) \quad (2)$$

则称 U_0 为内涵量 e 对应的 REV。

式(1)表示多孔介质区域 $(U(\mathbf{x}_0))$ 的体积超过某一特定值 $U(\mathbf{x}_0)$ 时, 比值 $E(U(\mathbf{x}_0))/U(\mathbf{x}_0)$ 趋于稳定; 式(2)则表示这一比值在点 \mathbf{x}_0 附近光滑变化。 $e(\mathbf{x}_0)$ 是在 REV 尺度上对多孔介质的微观尺度参数通过体积平均化方法所得到的宏观等效参数, 称其为点 \mathbf{x}_0 处的外延量 E 所对应的宏观尺度内涵量(如

孔隙度、密度等)。式(1)和式(2)分别表示点 \mathbf{x}_0 处的宏观尺度内涵量有定义、单重介质表征单元体存在所需满足的存在性和连续性条件。

多孔介质在等效连续体上的每个内涵量都有一个对应 REV。下面以孔隙度为例, 研究分析多孔介质的单重介质模型 REV。

令 (Ω_p) 和 (Ω_s) 分别表示复杂多孔介质域 (Ω) 的空隙域和固体颗粒域。设 \mathbf{x} 为 (Ω) 内任意一点的空间坐标, 定义域 (Ω) 内空隙空间分布指示函数:

$$\gamma(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1, & \mathbf{x} \in (\Omega_p) \\ 0, & \mathbf{x} \in (\Omega_s) \end{cases} \quad (3)$$

点 \mathbf{x}_0 处的孔隙度即是以 \mathbf{x}_0 为中心、体积为 U 的区域 (U) 内指示函数的平均值, 参见下式:

$$\varphi(\mathbf{x}_0, U) = \bar{\gamma}(\mathbf{x}_0, U) = \frac{1}{U} \int_{(U)} \gamma(\mathbf{x}) dU(\mathbf{x}) \quad (4)$$

令 $\tilde{\gamma}(\mathbf{x}, U) = \gamma(\mathbf{x}) - \bar{\gamma}(\mathbf{x}_0, U)$, 可知协方差:

$$\begin{aligned} \text{Cov}(\gamma(\mathbf{x}), \gamma(\mathbf{x} + \mathbf{h}))|_U &= \overline{\tilde{\gamma}(\mathbf{x}, U)\tilde{\gamma}(\mathbf{x} + \mathbf{h}, U)} = \\ &= \frac{1}{U} \int_{(U)} [\gamma(\mathbf{x}) - \bar{\gamma}(\mathbf{x}_0, U)] \cdot \\ & \quad [\gamma(\mathbf{x} + \mathbf{h}) - \bar{\gamma}(\mathbf{x}_0 + \mathbf{h}, U)] dU(\mathbf{x}) \end{aligned} \quad (5)$$

其中, \mathbf{h} 是区域 (U) 内的一个任意已知向量。

设 U_0 为区域 (U) 孔隙度的 REV, 则式(1)和式(2)分别等价于:

$$\left. \frac{\partial \bar{\gamma}(\mathbf{x}_0, U)}{\partial U} \right|_{U=U_0} = 0 \quad (6)$$

$$\left. \frac{\partial \text{Cov}(\gamma(\mathbf{x}), \gamma(\mathbf{x} + \mathbf{h}))}{\partial U} \right|_{U=U_0} = 0 \quad (7)$$

如果 U_0 远比研究区域的尺度小, 则称在该研究区域内内涵量(孔隙度)对应的 REV 存在; 反之, 称 REV 不存在。式(6)意味着某点上的内涵量(孔隙度)有稳定的平均值; 式(7)意味着内涵量(孔隙度)随空间变化平滑。式(6)和式(7)是内涵量(孔隙度)REV 为 U_0 的充要条件。

2 多重介质模型的表征单元体

现以三重介质模型为例来说明多重介质模型 REV 的定义。三重介质模型将复杂多孔介质域 (Ω) 划分成基质系统 (Ω_M) 、裂缝系统 (Ω_F) 和溶蚀孔洞系统 (Ω_V) , 并分别等效为在空间上重叠在一起的 3 个连续体: 基质介质、裂缝介质和溶蚀孔洞介质。

$$(\Omega) = \sum_i (\Omega_i), \quad i \in \{M, F, V\} \quad (8)$$

$$(\Omega_i(\mathbf{x}_0)) = (U(\mathbf{x}_0)) \cap (\Omega_i), \quad i \in \{M, F, V\} \quad (9)$$

设 $E(U(\mathbf{x}_0))$ 表示区域空间 $(U(\mathbf{x}_0))$ 上总的外延量, $E_i(U(\mathbf{x}_0))$ 表示区域 $(\Omega_i(\mathbf{x}_0))$ 上的外延量, 则有:

$$E(U(\mathbf{x}_0)) = \sum_i E_i(U(\mathbf{x}_0)) \quad (10)$$

如果在区域 (Ω) 内任意一点 \mathbf{x}_0 处存在如下极限 ($i \in \{M, F, V\}$):

$$e_i(\mathbf{x}_0) = \lim_{U(\mathbf{x}_0) \rightarrow U_0(\mathbf{x}_0)} (E_i(U(\mathbf{x}_0))/U(\mathbf{x}_0)) \quad (11)$$

且对点 \mathbf{x}_0 邻近的任意一点 \mathbf{x}_1 (处于 (U) 内), 有:

$$e_i(\mathbf{x}_0) = \lim_{\mathbf{x}_1 \rightarrow \mathbf{x}_0} e_i(\mathbf{x}_1) \quad (12)$$

则在区域 (Ω_i) 内相应的内涵量 e_i 的表征单元体存在, 连续介质方法成立, 即 (Ω_M) 、 (Ω_F) 、 (Ω_V) 3 个区域内质量和能量输运过程可采用连续介质力学的方法进行描述。于是, 复杂介质区域 (Ω) 内的输运问题可等效成若干个连续介质 (Ω_i) 中的输运问题, 亦即多重介质模型成立。定义同时满足式(11)和式(12)的 U_0 为多重介质模型的 REV。

3 多重介质模型 REV 同单重介质模型 REV 的关系

复杂多孔介质在多重连续体上的每个内涵量都有一个对应 REV。现以孔隙度为例, 研究多孔介质三重介质模型的 REV 同其单重介质模型 REV 的关系。

将复杂多孔介质域 (Ω) 划分成 (Ω_i) , 令 (Ω_{ip}) 和 (Ω_{is}) 分别表示区域 (Ω_i) 的空隙区域和固体颗粒区域, $i \in \{M, F, V\}$ 。设 \mathbf{x} 为 (Ω) 内任意一点的空间坐标, 现定义区域 (Ω_i) 内空隙空间分布特征函数:

$$\gamma_i(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1, & \mathbf{x} \in (\Omega_{ip}) \\ 0, & \mathbf{x} \notin (\Omega_{ip}) \end{cases} \quad (13)$$

定义 $\varphi_i(\mathbf{x}_0, U)$ 为点 \mathbf{x}_0 处 (Ω_i) 的孔隙度, 亦即以 \mathbf{x}_0 为中心、体积为 U 的区域内 (Ω_i) 的指示函数的平均值:

$$\varphi_i(\mathbf{x}_0, U) = \bar{\gamma}_i(\mathbf{x}_0, U) = \frac{1}{U} \int_{(U)} \gamma_i(\mathbf{x}) dU(\mathbf{x}) \quad (14)$$

令 $\tilde{\gamma}_i(\mathbf{x}, U) = \gamma_i(\mathbf{x}) - \bar{\gamma}_i(\mathbf{x}_0, U)$, 可知协方差:

$$\text{Cov}(\gamma_i(\mathbf{x}), \gamma_i(\mathbf{x} + \mathbf{h})) \Big|_U = \overline{\tilde{\gamma}_i(\mathbf{x}, U) \tilde{\gamma}_i(\mathbf{x} + \mathbf{h}, U)} =$$

$$\frac{1}{U} \int_{(U)} [\gamma_i(\mathbf{x}) - \bar{\gamma}_i(\mathbf{x}_0, U)] \cdot$$

$$[\gamma_i(\mathbf{x} + \mathbf{h}) - \bar{\gamma}_i(\mathbf{x}_0 + \mathbf{h}, U)] dU(\mathbf{x}) =$$

$$\frac{1}{U} \int_{(U)} \gamma_i(\mathbf{x}) \gamma_i(\mathbf{x} + \mathbf{h}) dU_i(\mathbf{x}) - \varphi_i(\mathbf{x}_0, U) \varphi_i(\mathbf{x}_0 + \mathbf{h}, U) \quad (15)$$

式中, \mathbf{h} 是区域 (U) 内的一个任意已知向量。

设 U_0 为区域 (Ω) 内多重介质模型的 REV, 则式(11)和式(12)分别等价于:

$$\left. \frac{\partial \bar{\gamma}_i(\mathbf{x}_0, U)}{\partial U} \right|_{U=U_0} = 0 \quad (16)$$

$$\left. \frac{\partial \text{Cov}(\gamma_i(\mathbf{x}), \gamma_i(\mathbf{x} + \mathbf{h}))}{\partial U} \right|_{U=U_0} = 0 \quad (17)$$

如果采用单重介质模型描述复杂多孔介质域 (Ω) , 则根据空间指示函数的定义(式(3)和式(13))可知:

$$\gamma(\mathbf{x}) = \sum_i \gamma_i(\mathbf{x}) \quad (18)$$

于是, 由式(4)可得:

$$\bar{\gamma}(\mathbf{x}_0, U) = \frac{1}{U} \int_{(U)} \gamma(\mathbf{x}) dU(\mathbf{x}) = \sum_i \bar{\gamma}_i(\mathbf{x}_0, U) \quad (19)$$

由式(5)可得协方差:

$$\begin{aligned} \text{Cov}(\gamma(\mathbf{x}), \gamma(\mathbf{x} + \mathbf{h})) \Big|_U &= \sum_i \text{Cov}(\gamma_i(\mathbf{x}), \gamma_i(\mathbf{x} + \mathbf{h})) \Big|_U + \\ &\sum_{i \neq j} \left(\frac{1}{U} \int_{(U)} [\gamma_i(\mathbf{x}) - \bar{\gamma}_i(\mathbf{x}_0, U)] \cdot \right. \\ &\left. [\gamma_j(\mathbf{x} + \mathbf{h}) - \bar{\gamma}_j(\mathbf{x}_0 + \mathbf{h}, U)] dU(\mathbf{x}) \right) \quad (20) \end{aligned}$$

根据式(19)和式(20), 可分析多重介质模型 REV 同单重介质模型 REV 之间的关系。对于一复杂多孔介质来说, 如果其单重介质模型 REV 为 U_0 , 则式(6)和式(7)成立, 由式(19)和式(20)可知, 式(16)和式(17)必成立, 亦即多重介质模型 REV 必定存在且为 U_0 。如果多重介质模型的 REV 存在且为 U_0 , 则式(16)和式(17)成立, 由式(19)可知式(6)必成立, 但由式(20)可知式(7)不一定成立, 亦即在 U_0 尺度上单重介质模型 REV 不一定存在。

可见, 采用连续介质理论描述多孔介质时, 同单重介质模型相比, 多重介质模型更能精细地描述多孔介质的输运过程。在尺度 U_0 上, 单重介质模型 REV 不存在而多重介质模型 REV 存在应满足的条件为:

$$\left. \frac{\partial}{\partial U} \left(\sum_{i \neq j} \frac{1}{U} \int_{(U)} [\gamma_i(\mathbf{x}) - \bar{\gamma}_i(\mathbf{x}_0, U)] \cdot [\gamma_j(\mathbf{x} + \mathbf{h}) - \bar{\gamma}_j(\mathbf{x}_0 + \mathbf{h}, U)] dU(\mathbf{x}) \right) \right|_{U=U_0} > 0 \quad (21)$$

4 渗透率的 REV

对于多孔介质不同的内涵量, 其对应 REV 的大小和计算方法并不相同。孔隙度反映的是孔隙的空间展布, 空隙空间具备数学上的线性叠加特性。渗透率是孔隙结构流体通过能力的平均统计特性, 应以二阶张量表示, 不能直接使用线性叠加原理。

设 $k(\mathbf{x})$ 表示复杂多孔介质域 (Ω) 内以点 \mathbf{x} 为中心的孔隙管道的渗透率值。对以点 \mathbf{x}_0 为中心的空间区域 (U) 内若干这样的孔隙管道进行统计平均, 可得到区域 (U) 上的等效渗透率张量。设 $K^i(\mathbf{x}_0, U)$ 是该等效渗透率张量的 3 个主值 ($i=1, 2, 3$, 分别对应 3 个主轴)、 $k^i(\mathbf{x})$ 是 $k(\mathbf{x})$ 在等效渗透率张量 3 个主轴上的分量。设:

$$\bar{K}^i(\mathbf{x}_0, U) = \frac{1}{U} \int_{(U)} k^i(\mathbf{x}) \gamma_j(\mathbf{x}) dU(\mathbf{x}) \quad (22)$$

可知:

$$K^i(\mathbf{x}_0, U) \leq \bar{K}^i(\mathbf{x}_0, U) \quad (23)$$

因此, 可以用 $\bar{K}^i(\mathbf{x}_0, U)$ 替代 $K^i(\mathbf{x}_0, U)$ 来研究渗透率的 REV。

由上一节的结论可知, 如果采用单重介质模型描述空间 (U) 上流体的流动, 则在研究区域的尺度内应存在与渗透率相应的表征单元体 U_0 , 即同时满足下面两式:

$$\left. \frac{\partial \bar{K}^i(\mathbf{x}_0, U)}{\partial U} \right|_{U=U_0} = 0 \quad (24)$$

$$\left. \frac{\partial \text{Cov}(k^i(\mathbf{x}), k^i(\mathbf{x} + \mathbf{h}))}{\partial U} \right|_{U=U_0} = 0 \quad (25)$$

如果在研究区域的尺度内, 渗透率 REV 不存在, 则将多孔介质域 (Ω) 划分成基质系统 (Ω_M)、裂缝系统 (Ω_F) 和溶蚀孔洞系统 (Ω_V), 如果这一划分能够式(26)和式(27)成立, 则渗透率三重介质模型 REV 存在且为 U_0 , (Ω) 内流体的流动可以等效为基质系统 (Ω_M)、裂缝系统 (Ω_F)、溶蚀孔洞系统 (Ω_V) 3 个连续介质内流体的流动。

$$\left. \frac{\partial \bar{K}_j^i(\mathbf{x}_0, U)}{\partial U} \right|_{U=U_0} = 0 \quad (26)$$

$$\left. \frac{\partial \text{Cov}(k_j^i(\mathbf{x}), k_j^i(\mathbf{x} + \mathbf{h}))}{\partial U} \right|_{U=U_0} = 0 \quad (27)$$

其中:

$$k_j^i(\mathbf{x}) = k^i(\mathbf{x}) \gamma_j(\mathbf{x}) \quad (28)$$

$$\begin{aligned} \bar{K}_j^i(\mathbf{x}_0, U) &= \frac{1}{U} \int_{(U)} k_j^i(\mathbf{x}) dU(\mathbf{x}) = \\ &= \frac{1}{U} \int_{(U)} k^i(\mathbf{x}) \gamma_j(\mathbf{x}) dU(\mathbf{x}) \end{aligned} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} \text{Cov}(k_j^i(\mathbf{x}), k_j^i(\mathbf{x} + \mathbf{h})) &= \\ &= \frac{1}{U} \int_{(U)} [k^i(\mathbf{x}) \gamma_j(\mathbf{x}) - \bar{K}_j^i(\mathbf{x}_0, U)] \cdot \\ & \quad [k^i(\mathbf{x} + \mathbf{h}) \gamma_j(\mathbf{x} + \mathbf{h}) - \bar{K}_j^i(\mathbf{x}_0 + \mathbf{h}, U)] dU(\mathbf{x}) \end{aligned} \quad (30)$$

由式(22)、式(13)和式(29)可得:

$$\left. \frac{\partial \bar{K}^i(\mathbf{x}_0, U)}{\partial U} \right|_{U=U_0} = \sum_j \left. \frac{\partial \bar{K}_j^i(\mathbf{x}_0, U)}{\partial U} \right|_{U=U_0} \quad (31)$$

亦即式(24)同式(26)是等价的。可见, 如果单重介质模型 REV 不存在是因为渗透率的平均值波动较大(即式(24)不成立), 则式(26)也不成立, 亦即多重介质模型 REV 也不存在, 此时无论是单重介质模型还是多重介质模型都不能用来描述复杂多孔介质中的流动。

由式(28)、式(13)和式(30)可得:

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial \text{Cov}(k^i(\mathbf{x}), k^i(\mathbf{x} + \mathbf{h}))}{\partial U} \right|_{U=U_0} &= \\ &= \sum_j \left. \frac{\partial \text{Cov}(k_j^i(\mathbf{x}), k_j^i(\mathbf{x} + \mathbf{h}))}{\partial U} \right|_{U=U_0} + \\ & \quad \frac{\partial}{\partial U} \left(\sum_{j \neq i} \frac{1}{U} \int_{(U)} [k^i(\mathbf{x}) \gamma_j(\mathbf{x}) - \bar{K}_j^i(\mathbf{x}_0, U)] \cdot \right. \\ & \quad \left. [k^i(\mathbf{x}) \gamma_l(\mathbf{x}) - \bar{K}_l^i(\mathbf{x}_0, U)] dU(\mathbf{x}) \right) \Big|_{U=U_0} \end{aligned} \quad (32)$$

根据式(32)可知, 对于单重介质模型 REV 不存在仅是因为等效渗透率随空间位置变化不够平滑的情况(即式(24)成立而式(25)不成立), 如果能够通过对空隙空间合理的划分(见式(8)), 使得式(27)成立, 则多重介质模型 REV 存在, 多重介质模型成立, 复杂介质区域 (Ω) 内的多相流动问题可以等效成基质系统、裂缝系统和溶蚀孔洞系统这 3 个连续介质中的多相流动问题。将式(25)、式(27)和式(32)结合起来看, 单重介质模型 REV 不存在而多重介质模型 REV 存在的原因在于渗透率随空间位置的变化过大(即式(32)右侧第 2 项大于 0)。式(32)从机理上解释了双重介质模型或三重介质模型比单重介质模型能更准确地描述复杂孔隙介质中流体的流动。

5 碳酸盐岩储层多重介质模型的建立

世界范围内,碳酸盐岩仅占沉积岩的 20%,但却占油气探明储量的 50%以上。近年来,碳酸盐岩油气藏已成为国内外勘探开发的主战场之一。缝洞型碳酸盐岩储层属于复杂多孔介质,岩体内空隙从纳米或微米级的微裂缝和微孔隙到尺度数 10 cm 以上的大裂缝和溶蚀孔洞,空隙尺度跨越的范围很大。对于实际碳酸盐岩油藏的数值模拟,往往很难基于精确的数学方法对复杂多孔介质空隙空间内多相流体的流动进行计算,只能在宏观水平上应用连续介质的分析方法(单重介质模型或者多重介质模型)来模拟。

假设某一缝洞型碳酸盐岩储层(Ω)的空隙空间结构和分布已知,对这一储层进行油藏数值模拟时的研究尺度(网格尺度)为 L 。下面选择孔隙度和渗透率作为状态变量,根据本文的多重介质模型 REV 理论来建立该碳酸盐岩储层的三重连续介质模型。

首先,尝试建立单重介质模型。由于碳酸盐岩储层空隙域(Ω_p)已知,对(Ω)内的每一点可由式(6)、式(7)、式(24)和式(25)确定孔隙度和渗透率对应的单重介质模型表征单元体 U_0 。如果 U_0 远比研究区域的尺度小,即满足下式:

$$U_0 \ll L^3 \quad (33)$$

则在研究区域内单重介质模型 REV 存在,可以将该复杂多孔介质等效为单一连续体,即储层的单重介质模型成立。如果表征单元体 U_0 不满足式(33),则表明在所研究问题的尺度范围内表征单元体不存在,不能将该储层等效为单一连续体,单重介质模型不成立。

由前述分析可知,单重介质模型 REV 不存在而多重介质模型 REV 存在满足式(21)的条件。因此,在单重介质模型 REV 不存在的情况下,可尝试建立多重介质模型。

建立多重介质模型时,主要问题是空隙域的划分。按照式(8),将储层(Ω)划分成基质系统(Ω_M)、裂缝系统(Ω_F)和溶蚀孔洞系统(Ω_V);与此划分对应,可在(Ω)内的每一点上根据式(16)、式(17)、式(26)和式(27)确定多重介质模型的表征单元体 U_0 。如果存在这样一种划分,它对应的表征单元体 U_0 满足式(33),则表明在研究区域内三重介质模型 REV 存在,可以将该储层的多相流动问题等效成为 3 个连续介质中的多相流动问题,即三重介质模型成

立;相应的划分就是三重介质模型的建立方法。

如果这样的划分不存在(通常都是由缝洞型碳酸盐岩储层中大裂缝和大的溶蚀孔洞引起的),则需要把这些大尺度的裂缝和溶蚀孔洞从(Ω)中剔出来,作为独立的连续区域单独处理;从而使得改变后的(Ω)内,多重介质模型 REV 存在。

6 结论

在所研究问题的尺度范围内表征单元体存在,多孔介质的连续介质理论才能够成立。单重介质模型成立的充要条件是单重介质模型 REV 存在。多重介质模型,即是将复杂多孔介质中的多相流动问题,等效成为若干个连续介质中的多相流动问题,这若干个连续介质储集能力和渗透能力不同,空间上重叠在一起,它们之间有流体交换。多重介质模型成立的充要条件是多重介质模型 REV 存在。

本文以孔隙度和渗透率为例,给出了多重介质模型 REV 的定义,分析了复杂多孔介质的单重介质模型 REV 和多重介质模型 REV 间的联系。在所研究问题的尺度范围内,如果单重介质模型 REV 存在,则多重介质模型 REV 必定存在;如果多重介质模型 REV 存在,而单重介质模型 REV 则不一定存在。并给出了单重介质模型 REV 不存在而多重介质模型 REV 存在应满足的条件。

如果单重介质模型 REV 不存在是因为任一点在不同邻域上的等效渗透率波动较大造成的,则相应的多重介质模型 REV 也不存在,此时无论是单重介质模型还是多重介质模型都不能用来描述多孔介质中的流动。对于单重介质模型 REV 不存在仅仅是因为等效渗透率随空间位置变化不够平滑的情况,则有可能通过对空隙空间合理的划分,使得多重介质模型 REV 存在,多重介质模型成立。

本文通过数学公式,从机理上解释了多重介质模型比单重介质模型能更精确地描述复杂孔隙介质中流体的流动,同时以缝洞型碳酸盐岩储层为例,给出了多重介质模型的建立方法。

参考文献:

- [1] Bear J. Dynamics of Fluids in Porous Media [M]. New York: American Elsevier, 1972: 16—21.
- [2] Bachmat Y, Bear J. Macroscopic modeling of transport phenomena in porous media: 1. The continuum approach [J]. Transport in Porous Media, 1986, 1(3): 213—240.
- [3] Prandtl L, Tietjens O G. Fundamentals of Hydro and Aeromechanics [M]. New York: McGraw-Hill, 1934.

- [4] Barenblatt G I, Zheltov I P, Kochina I N. Basic concepts in the theory of seepage of homogeneous liquids in fissured rocks [J]. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, 1960, 24(5): 852—864.
- [5] Warren J E, Root P J. The behavior of naturally fractured reservoirs [J]. *Society of Petroleum Engineers Journal*, 1963, 228: 245—255.
- [6] Kazemi H. Pressure transient analysis of naturally fractured reservoirs with uniform fracture distribution [J]. *Society of Petroleum Engineers Journal*, AIME, 1969, 246: 451—462.
- [7] Hill A C, Thomas G W. A New Approach for Simulating Complex Fractured Reservoirs [C]. SPE13537-MS Middle East Oil Technical Conference and Exhibition, Bahrain, 1985.
- [8] Closemann P J. The aquifer model for fissured fractured reservoir [J]. *Soc. Pet. Eng. J.*, 1975, 385—398.
- [9] Abdassah D, Ershaghis I. Triple-porosity system for representing naturally fractured reservoirs [J]. *SPE Formation Evaluation*, 1986, 1: 113—127.
- [10] Bai M, Elsworth D, Roegiers J C. Multiporosity/multipermeability approach to the simulation of naturally fractured reservoirs [J]. *Water Resources Research*, 1993, 29: 1621—1633.
- [11] Pruess K, Narasimhan T N. A practical method for modeling fluid and heat flow in fractured porous media [J]. *Society of Petroleum Engineers Journal*, 1985, 25: 14—26.
- [12] Wu Y S, Liu H H, Bodvarsson G S. A triple-continuum approach for modeling flow and transport processes in fractured rock [J]. *Journal of Contaminant Hydrology*, 2004, 73(): 145—179.
- [13] Yu-Shu Wu, Yuan Di, Zhijiang Kang, Perapon Fakcharoenphol. A multiple-continuum model for simulating single-phase and multiphase flow in naturally fractured vuggy reservoirs [J]. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 2011, 78(1): 13—22.
- [14] Pinto A, Da C H. Scale Effects in Rock Masses [M]. Rotterdam: Balkema A A Publishers, 1993.
- [15] 卢波, 葛修润, 朱冬林, 陈剑平. 节理岩体表征单元体的分形几何研究[J]. *岩石力学与工程学报*, 2005, 24(8): 1355—1361.
Lu Bo, Ge Xiurun, Zhu Donglin, Chen Jianping. Fractal study on the representative elementary volume of jointed rock masses [J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2005, 24(8): 1355—1361. (in Chinese)
- [16] 宁宇, 徐卫亚, 郑文棠, 等. 柱状节理岩体随机模拟及其表征单元体尺度研究[J]. *岩石力学与工程学报*, 2008, 27(6): 1202—1208.
Ning Yu, Xu Weiya, Zheng Wentang, et al. Study of random simulation of columnar jointed rock masses and its representative volume scale [J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2008, 27(6): 1202—1208. (in Chinese)
- [17] 周创兵, 熊文林. 双场耦合条件下裂隙岩体的渗透张量[J]. *岩石力学与工程学报*, 1996, 15(4): 338—344.
Zhou Chuangbing, Xiong Wenlin. Permeability tensor for jointed rock masses in coupled seepage and stress field [J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 1996, 15(4): 338—344. (in Chinese)
- [18] 周创兵, 於三大. 论岩体表征单元体体积 REV 岩体力学参数取值的一个基本问题[J]. *工程地质学报*, 1999, 7(4): 332—336.
Zhou Chuangbing, Yu Sanda. Representative elementary volume REV — A fundamental problem for selecting the mechanical parameters of jointed rock mass [J]. *Journal of Engineering Geology*, 1999, 7(4): 332—336. (in Chinese)
- [19] 荣冠, 周创兵, 王恩志. 裂隙岩体渗透张量计算及其表征单元体初步研究[J]. *岩石力学与工程学报*, 2007, 26(4): 740—746.
Rong Guan, Zhou Chuangbing, Wang Enzhi. Preliminary study on permeability tensor calculation of fractured rock mass and its representative elementary volume [J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2007, 26(4): 740—746. (in Chinese)
- [20] 陈卫忠, 杨建平, 邹喜德, 周春宏. 裂隙岩体宏观力学参数研究[J]. *岩土力学与工程学报*, 2008, 27(8): 1569—1575.
Chen Weizhong, Yang Jianping, Zou Xide, Zhou Chunhong. Research on macromechanical parameters of fractured rock masses [J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2008, 27(8): 1569—1575. (in Chinese)
- [21] Kibok M, Jing L R. Numerical determination of the equivalent elastic compliance tensor for fractured rock masses using the distinct element method [J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2003, 40(6): 795—816.
- [22] Wang M, Kulatilake P H S W, Urea J, et al. Estimation of REV size and three-dimensional hydraulic conductivity tensor for a fractured rock mass through a single well packer test and discrete fracture fluid flow modeling [J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2002, 39: 887—904.
- [23] Li J H, Zhang L M, Wang Y, Fredlund D G. Permeability tensor and representative elementary volume of saturated cracked soil [J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 2009, 46(8): 928—942.
- [24] Kjetil N, Philip S R. Identifying the representative elementary volume for permeability in heterolithic deposits using numerical rock models [J]. *Mathematical Geosciences*, 2008, 40(7): 753—771.
- [25] 周创兵, 陈益峰, 姜清辉. 岩体表征单元体与岩体力学参数[J]. *岩土工程学报*, 2007, 29(8): 1135—1142.
Zhou Chuangbing, Chen Yifeng, Jiang Qinghui. Representative elementary volume and mechanical parameters of fractured rock masses [J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2007, 29(8): 1135—1142. (in Chinese)
- [26] 向文飞, 周创兵. 裂隙岩体表征单元体研究进展[J]. *岩石力学与工程学报*, 2005, 24(Suppl 2): 5686—5692.
Xiang Wenfei, Zhou Chuangbing. The advances in investigation of representative elementary volume for fractured rock mass [J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2005, 24(Suppl 2): 5686—5692. (in Chinese)